

Mathématiques

COLLION (Stéphane), *Voyage dans les mathématiques de l'espace-temps : trous noirs, big-bang, singularités*. – Les Ulis : EDP sciences, 2019. – 208 p. – (Une introduction à). – 1 vol. broché de 17 × 24 cm. – 29,00 €. – isbn 978-2-7598-2279-9.

Depuis 2015, la relativité générale a connu un formidable regain d'intérêt, dans la communauté scientifique, mais également dans les médias généralistes, avec la détection expérimentale des ondes gravitationnelles et la captation de la première image d'un trou noir par les expériences LIGO et *Event Horizon Telescope* respectivement. Il est dès lors compréhensible que des auteurs contemporains s'essaient à vulgariser cette théorie : Stéphane Collion en fait partie et nous propose un *Voyage dans les mathématiques de l'espace-temps : trous noirs, big-bang, singularités*.

Pour tout physicien désireux de présenter un pan de cette science au grand public se pose une question à résoudre d'emblée : quelle place donner aux mathématiques ? En effet, si la mécanique newtonienne fait majoritairement appel à des outils « classiques » — rencontrés dans un parcours scolaire scientifique —, les développements du XX^e siècle font intervenir des concepts beaucoup moins répandus (tenseurs, formes différentielles, etc.). La plupart des ouvrages de vulgarisation consacrés à la physique moderne omettent les formules mathématiques, ce qui, on le comprend, est une source de frustration pour leurs auteurs : ne ment-on pas au public en lui cachant ce qui constitue le cœur de la physique ? La consolation viendra de ce qu'en se focalisant plutôt sur des aspects graphiques ou sur des analogies pertinentes, un nombre maximal de lecteurs pourra tirer du texte l'information souhaitée et un enrichissement intellectuel. Stéphane Collion, pour sa part, a choisi une autre option : « [...] je n'ai pas cherché à cacher les formules... Je trouve cela malhonnête » (p. v), déclare-t-il dans l'avant-propos. Le pari est risqué : l'auteur et le lecteur en sortent-ils gagnants ?

Voyage dans les mathématiques de l'espace-temps débute par une indispensable introduction à la relativité restreinte, abordée sous l'angle du calcul vectoriel et de la représentation dans un diagramme d'espace-temps de nombreux phénomènes au parfum de science-fiction (dilatation des temps, contraction des longueurs, perte de la simultanéité, etc.). Cette approche graphique est élégante et réussie. Tout au plus peut-on regretter un manque d'uniformité dans les notations : le symbole \cdot désigne aussi bien le produit usuel entre deux nombres que le produit scalaire en espace euclidien ou de Minkowski, et la norme d'un vecteur est notée tantôt $|\vec{v}|$ tantôt $\|\vec{v}\|$. Cette multiplication des conventions d'écriture peut rapidement introduire de la confusion chez les lecteurs les moins familiers avec les mathématiques. Mentionnons en complément d'information les premiers chapitres d'un ouvrage tel que celui de C. Semay et B. Silvestre-Brac (*Relativité restreinte*, Dunod, 2016), adoptant la même approche que S. Collion, mais de manière plus précise et détaillée.

La relativité générale vient ensuite, accompagnée d'une introduction à la géométrie riemannienne qui en constitue la base formelle. Sont plus spécifiquement abordées, dans la deuxième moitié du texte, les fascinantes solutions de l'équation d'Einstein que sont les trous noirs, l'Univers en expansion et le big-bang, ainsi que les trous de vers. S. Col-

lion se risque même à aborder les fameux théorèmes de singularité de Penrose et Hawking, montrant de manière générale, grâce à des outils topologiques, que l'existence de ce type de singularités n'est pas un artifice mathématique, mais bien une propriété inhérente à la relativité générale. La démarche est ambitieuse, mais, malheureusement, se heurte à la complexité des outils mathématiques, malgré tout bien trop grande pour un texte destiné au grand public. Pour rester fidèle à son principe d'honnêteté intellectuelle, S. Collion est amené à écrire des phrases pour le moins déroutantes. Un exemple résume parfaitement l'impasse dans laquelle cet ouvrage emmène son lecteur (figure 4.14) : « Pour se donner une idée de la complexité de la courbure, voilà sa "formule" dans une carte :

$$R^{\alpha}_{\beta\mu\nu} := \frac{\partial \Gamma^{\alpha}_{\beta\nu}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial \Gamma^{\alpha}_{\beta\mu}}{\partial x^{\nu}} + \Gamma^{\alpha}_{\sigma\mu} \Gamma^{\sigma}_{\beta\nu} - \Gamma^{\alpha}_{\sigma\nu} \Gamma^{\sigma}_{\beta\mu} \quad \text{avec} \quad \Gamma^{\nu}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} g^{\sigma\nu} \frac{\partial g_{\sigma\mu}}{\partial x^{\mu}}.$$

Cette formule est à apprécier ici comme un tableau... » (p. 100). Comment un lecteur découvrant la relativité générale peut-il réagir face à une telle déclaration, qui sonne comme un aveu d'échec ? Au mieux, il passera à la ligne suivante, espérant trouver une description plus littéraire des notions présentées. Au pire, il sera irrité par cette exhibition mathématique qui accentue son sentiment d'ignorance — l'auteur, *lui, sait* ce que signifie cette formule.

Le texte se termine par des réflexions de S. Collion sur la nécessité de développer la culture scientifique du grand public et quelques vituperations sur l'inaction des gouvernements français dans ce domaine. Ce dernier chapitre, s'il n'est pas inintéressant, aurait été plus pertinent dans une carte blanche adressée à un quotidien national qu'en conclusion du présent ouvrage.

Au final, il semble que S. Collion ait perdu son pari : montrer les mathématiques est sans doute plus exact, mais conduit à un livre ardu, imprécis, ne pouvant appartenir à une collection qui se targue de « faire connaître à un large public les avancées les plus récentes de la science » (4^e de couverture).

FABIEN BUISSERET
Haute école Louvain-en-Hainaut

WILLEM (Michel), *Les diagonales de l'infini*. – Bruxelles : Académie royale de Belgique, 2019. – 72 p. – (L'Académie en poche). – 1 vol. broché de 11 × 18 cm. – 7,00 €. – isbn 978-2-8031-0670-7.

Voici un petit livre — 65 pages —, justement dans une collection de l'Académie qui se veut de poche, mais qui en vaut de bien plus épais parce qu'il donne à réfléchir en douceur, aussi bien aux mathématiciens chevronnés qu'à tous ceux simplement curieux des choses de science. Avec l'avantage d'un titre mystérieux pour les non habitués : il se décline en trois « diagonales », avec peut-être une allusion à Lewis Carroll lorsque son Alice s'ennuyait : « *what is the use of a book without pictures or conversations ?* ». Il y a bien des figures, et même un tableau ; la conversation se fait avec l'auteur qui mène la danse : je laisse à chacun le plaisir de découvrir comment l'on démontre géométriquement l'irrationalité